

手指運動之最佳化軌跡電腦模擬

邱靖華 陳進發 楊鎮嘉

國立中興大學

摘要

本研究主要目的在於藉由電腦動畫模擬的方式，來證明邱靖華(2006)設計之手指最佳化軌跡演算法的可行性，並探討電腦動畫模擬是否可應用在手指復健之視覺回饋教學上。本文是以十六肢段手指最佳化軌跡演算法為基礎(邱靖華，2006)，採用 Lagrange-Euler 方程，規劃成二十七個自由度運動方程，以最小化加速原理控制手指運動動作之軌跡，再以 C⁺⁺電腦程式語言撰寫成電腦軟體來進行驗證。驗證結果顯示，在限定的時間及手指關節活動的邊界條件範圍內，本電腦動畫可呈現手指伸與屈之最佳化運動軌跡，此電腦動畫亦可做為手指復健之視覺回饋教學範例，及機器手臂之手指復健運動軌跡控制。

關鍵字：演算法、Lagrange-Euler 方程

壹、背景

一般而言，手指伸、屈指肌腱的復健過程中，可以運用不同的運動方法來使肌肉達到一定的工作輸出。一般運動方式強調低負荷訓練，及漸進方式讓病人運動的時間變長，以增強肌力及功能。屈與伸指肌腱復健治療，必須以主動式或被動式做一些握拳、伸直手指等動作並接受肌力與功能的訓練，一直到受傷後三個月才能恢復正常的使用(邱靖華，2006)。然而病人進行復健過程往須要醫護人員耗費許多時間及人事經費來協助處理，若能借由電腦模擬方式提供電腦動畫做為復健動作視覺回饋教學，將有助於減少醫療成本。

過去有關機器手指控制之相關文獻眾多，主要在探討機器手指之運動軌跡控制，鮮少被運用在人體的動作訓練上。另外關於手指動作分析研究方面，如 Fritz (1991)、Schweizer(2001)、Schweizer, frank、Ochsner、Jacob、Valero-Cuevas、Johanson(2003)及 Towles(2003)等人，但對於人體手指最佳化運動軌跡模擬則鮮少有相關研究，因此針對手指復健治療，設計一套最佳復健運動軌跡之電腦動畫模擬系統，提供視覺回饋教學確實有其必要性。

過去曾有很多研究者採用不同方法進行人體多體動力系統設計，主要可分成三種即 Newton - Euler (N-E)運動方程，Generalized d' Alembert equation (G-D)運動方程，及 Lagrange- Euler(L-E)運動方程等(Fu,Gonzalez and Lee，1987)。關於手指運動方程設計，往往會依不同的問題來設計不同的模型，例如手臂運動方程(Raikova,1992)及手臂與手指運動方程(Freund, Takala, 2001)。本電腦動畫模擬是以邱靖華(2006)設計之以十六肢段手指模型為基礎，採用 Lagrange-Euler 方程，規劃成二十七個自由度運動方程，以最小化加速原理模擬手指動作軌跡，而本研究主要目的則在於藉由電腦動畫模擬的方式，來證明邱靖華(2006)設計之手指最佳化軌跡演算法的可行性，並探討本電腦動畫模擬的結果是否可應用在手指復健之視覺回饋教學上。

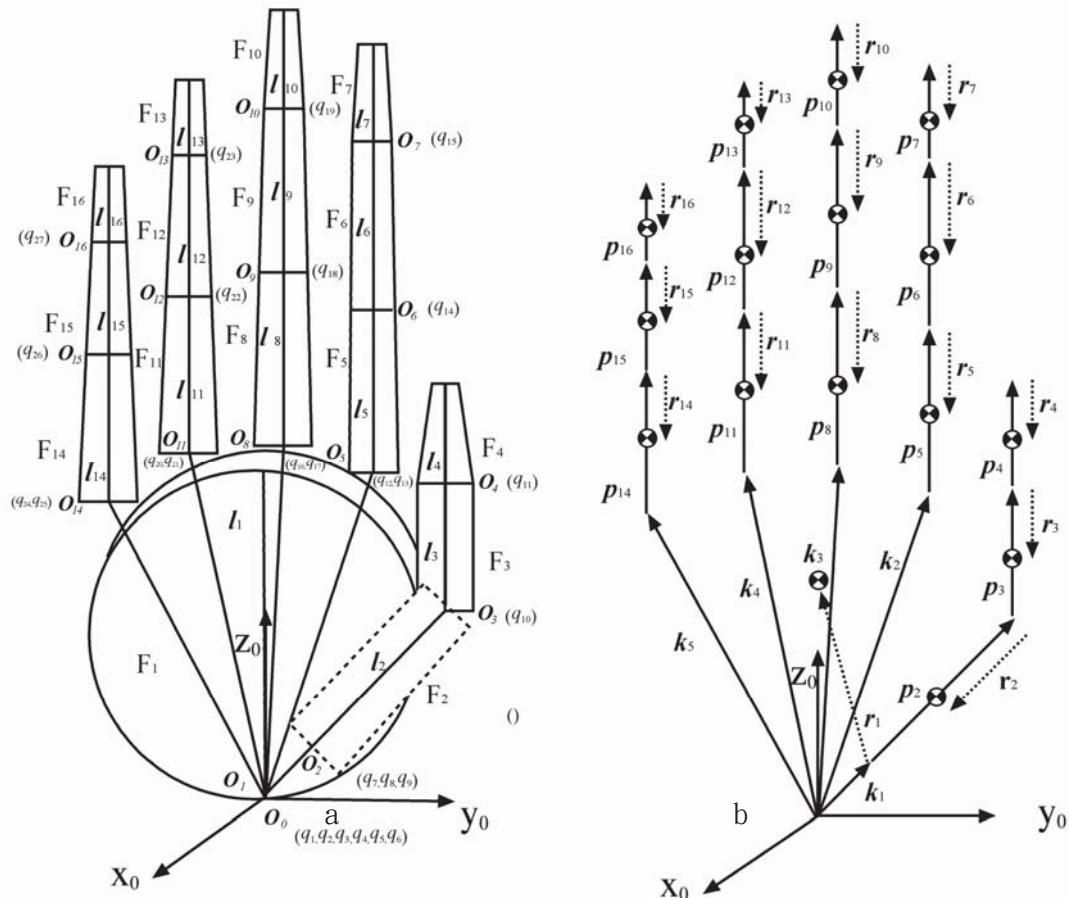
貳、方法

一、手指模型

本文之右掌模型如圖一 a 所示， F_i ($i=1,\dots,16$)代表肢體編號， F_1 為手掌， F_2 、 F_3 及 F_4 分別為拇指(thumb)肢段， F_5 、 F_6 及 F_7 分別為食指肢段， F_8 、 F_9 及 F_{10} 分別為中指肢段， F_{11} 、 F_{12} 及 F_{13} 分別為無名指肢段， F_{14} 、 F_{15} 及 F_{16} 分別為小指肢段。在圖一中 O_i ($i=0,\dots,9$)，除了 O_0 代表活動關節，另外 G_i ($i=1,\dots,16$) 則表示肢段質心位置。圖一(b) l_i 表示肢段長度， l_1 為手掌肢段長度， l_2 、 l_3 及 l_4 分別為拇指肢段長度， l_5 、 l_6 及 l_7 分別為食指肢段長度， l_8 、 l_9 及 l_{10} 分別為中指肢段長度， l_{11} 、 l_{12} 及 l_{13} 分別為無名指肢段長度， l_{14} 、 l_{15} 及 l_{16} 分別為小指肢段長度。圖一(b) p_i 表示為第 i 座標框對第 $i-1$ 座標框的平移量 $(x_i, y_i, z_i)^T$ ， r_i 第 i 肢段質心向量 $r_i = (\bar{x}_i, \bar{y}_i, \bar{z}_i, 1)^T$ 。 \mathbf{k}_1 、 \mathbf{k}_2 、 \mathbf{k}_3 、 \mathbf{k}_4 、 \mathbf{k}_5 分別代表從 $OX_0Y_0Z_0$ 固定座標系的原點位置，

至拇指、食指、中指、無名指、小指的第一個關節位置的平移量(邱靖華，2006)

◦



圖一、a 手指模型(model)，b 長度與重心位置(邱靖華，2006)

本動力系統中手指的重心與轉動慣量參數，如圖一 a 所示，手掌近似圓盤，可以分別實際測量手掌半徑及厚度。利用積分方法求得手掌及手指之重心與轉動慣量參數。手掌三軸的慣性矩 $I_x = m_1 b^2 / 2$, $I_y = m_1 (3b^2 + L^2) / 12$, $I_z = m_1 (3b^2 + L^2) / 12$ (m_1 為手掌重量, b 為半徑, L 為厚度)。如圖一 a 所示，手指出近似圓柱體，因此手指之三軸之慣性矩 $I_x = m_i (3b^2 + L^2) / 12$, $I_y = m_i (3b^2 + L^2) / 12$, $I_z = m_i b^2 / 2$ (m_i 為每一節手指重量, b 為半徑, L 為厚度)。其次利用平行軸定理，將相對於 i 肢段質心慣性距與慣性積，轉換至相對於 $i-1$ 座標框原點的慣性距(邱靖華，2006)。其中 F_2 拇指之重心與轉動慣量參數為手掌一部分，因此重心與轉動慣量參數皆設為零(Zatsiorsky, Seluyanov, 1983)。

二、最少能量控制(Minimum-Energy Control)

如圖一 a 所示，按右手法則(Right-Hand Rule)，在腕關節中間位置取固定座標框 $ox_0oy_0z_0$ 為起點，根據手指關節的結構，以 27 個自由度做為本系統變數，而每一個自由度分別使用一個座標框。根據 Lagrange-Euler 方程， τ_i 廣義力如下(邱靖華，2006)：

$$\begin{aligned} \tau_i = & \sum_{j=i}^n \sum_{k=1}^j \text{Trace}(\mathbf{U}_{jk} \mathbf{J}_j \mathbf{U}_{ji}^T) \ddot{q}_k + \sum_{j=i}^n \sum_{k=i}^j \sum_{m=1}^j \text{Trace}(\mathbf{U}_{jkm} \mathbf{J}_j \mathbf{U}_{ji}^T) \dot{q}_k \dot{q}_m \\ & - \sum_{j=i}^n (\mathbf{m}_j \mathbf{g} \mathbf{U}_{ji} \mathbf{r}_j) \end{aligned} \quad i=1, 2, 3, \dots, 27 \quad (1)$$

方程式之符號定義(Fu 等人,1987; Lewis 等人,1993)： q_i 為廣義坐標， \dot{q}_i 為廣義速度， \ddot{q}_i 為廣義加速度。 \mathbf{U}_{ij} 為 $\partial^0 \mathbf{A}_i / \partial q_j$ ($i, j = 1, 2, 3, \dots, 27$)。其中 ${}^{i-1}\mathbf{A}_i$ 第 i 座標框相對於第 $i-1$ 座標框的齊次變換矩陣， ${}^0\mathbf{A}_i$ 則是從 0 坐標框到 i 坐標框的齊次變換矩陣。 ${}^0\mathbf{A}_i = {}^0\mathbf{A}_1 {}^1\mathbf{A}_2 {}^2\mathbf{A}_3, \dots, {}^{i-1}\mathbf{A}_i$ 。 \mathbf{U}_{ijk} 定義為 $\partial^0 \mathbf{U}_{ij} / \partial q_k$ ($i, j, k = 1, 2, 3, \dots, 27$)。 \mathbf{J}_i 為 pseudo-inertia 矩陣(Fu 等人,1987; Lewis 等人,1993)， $\mathbf{g} = [0, 0, -|g|, 0]$ ， $g = 9.8062 \text{ ms}^{-2}$ ， \mathbf{m}_j 為第 i 肢段質量， r_i 第 i 肢段質心向量 $r_i = (\bar{x}_i, \bar{y}_i, \bar{z}_i, 1)^T$ 。

本研究的演算法根據 L-E 運動方程式可用矩陣表示(Lewis and Syrmos, 1995；Lewis et al., 1993)： $\tau = \mathbf{M}(q) \ddot{q} + \mathbf{V}(q, \dot{q}) + \mathbf{G}(q)$ 。方程式中 $\tau = [\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{27}]^T$ 為 27×1 階矩陣， $q = [q_1, q_2, \dots, q_{27}]^T$ 為 27×1 階矩陣， $\dot{q} = [\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_{27}]^T$ 為 $n \times 1$ 階矩陣， $\ddot{q} = [\ddot{q}_1, \ddot{q}_2, \dots, \ddot{q}_{27}]^T$ 為 27×1 階矩陣， $\mathbf{M}(q)$ 為 27×27 階質量矩陣， $\mathbf{V}(q, \dot{q})$ 為 38×1 階向心與切線速度向量， $\mathbf{G}(q)$ 為 27×1 階重力向量矩陣。

接著將運動方程轉換控制系統的線性狀態空間(Lewis 等人,1993)，定義位置與速度的狀態變數 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^{54}$ 為 $\mathbf{x} = [q^T \ \dot{q}^T]^T$ ，因此控制系統的線性狀態空間可寫成(邱靖華，2006)：

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \mathbf{u} \quad (2)$$

狀態方程式(2)中 \mathbf{I} 為 27×27 單位矩陣。 \mathbf{u} 為控制向量 $\ddot{q} = [\ddot{q}_1, \ddot{q}_2, \dots, \ddot{q}_{27}]^T$ ， $\mathbf{u} = -\mathbf{M}^{-1}(q)[\mathbf{V}(q, \dot{q}) + \mathbf{G}(q)] + \mathbf{M}^{-1}(q)\tau$ 。本系統的控制方法是採用 Open-loop Linear Quadratic Controller，在整個動作過程，分成二個時間點，第一個時間點 t_1 ， $\mathbf{x}(t_1)$ 為初始狀態。第二個時間點 t_2 ， $\mathbf{x}(t_2)$ 為最終狀態。這二個時間點的狀態變數 $\mathbf{x}(t_1)$ 及 $\mathbf{x}(t_2)$ 為已知的邊界條件。本研究在 $[t_1, t_2]$ 期間，其最小能量消耗的評價函數 J 可寫成：

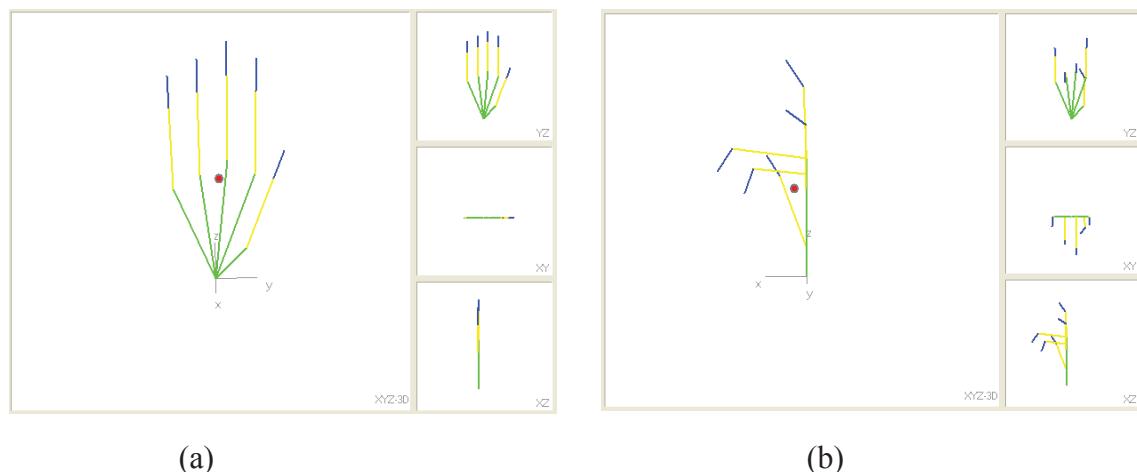
$$J = \frac{1}{2} \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u} dt \quad (3)$$

\mathbf{R} 為對稱的加權矩陣(設 $\mathbf{R} = [\mathbf{I}]$)。

參、動作模擬範例

本研究是以電腦模擬一位受測者的右手掌運動動作為例，受測者的身高1.80m 體重75kg，根據 Zatsiorsky, et(1983) 人體參數右手掌與手指重，以及受測者之手掌與手指肢段長度，本研究利用圓柱體體積公式，計算出手掌與每一節手指體積，以及總體積。如此可以求得手掌與手指之平均密度，再運用平均密度計算出每一肢段的重量(邱靖華，2006)。

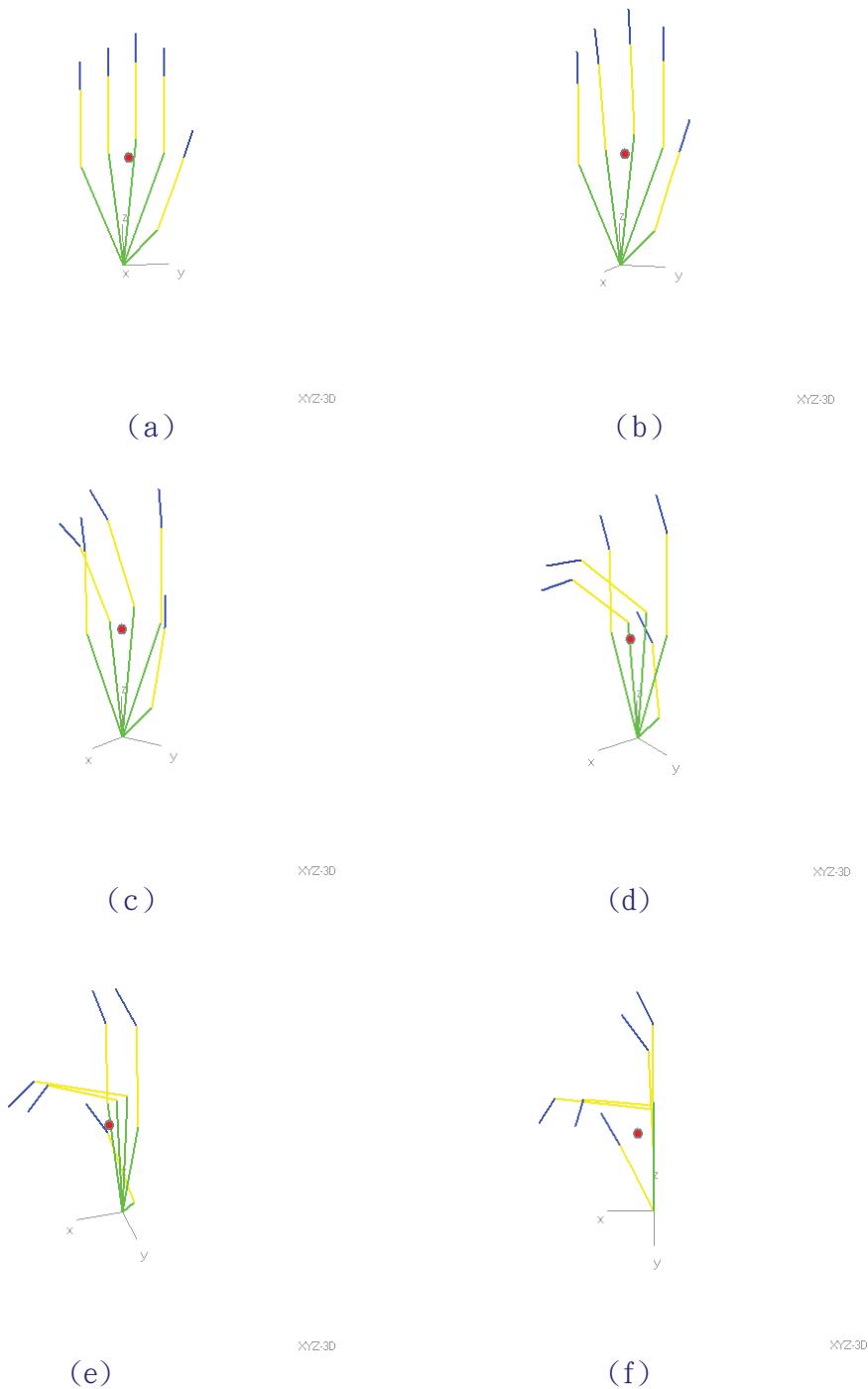
其次，設手掌由伸直至握指的動作時間為0.00s，手掌伸直時，設為初始狀態 $t_{I=0}s$ (如圖二 a 所示)，手指彎曲時設為最終狀態 $t_2=1.00s$ (如圖二 b)。手指關節活動的邊界條件，設拇指、食指、中指、無名指、小指等關節之初始位置及最終位置如表一所示。其次所有初始速度及最終速度向量邊界條件皆設為零(邱靖華，2006)。



圖二、手指動作電腦模擬之初始狀態(a)及最終狀態(b)動作圖，歷時1.00sec。

表一、手指動作電腦模擬動作之邊界條件範例

| q_i | 初始位置狀態(°) | 最終位置狀態(°) |
|----------|-----------|-----------|
| q_1 | 0 | 0 |
| q_2 | 0 | 0 |
| q_3 | 0 | 0 |
| q_4 | 0 | 0 |
| q_5 | 0 | 0 |
| q_6 | 0 | 0 |
| q_7 | 0 | 20 |
| q_8 | -20 | 0 |
| q_9 | 0 | -65 |
| q_{10} | 0 | 0 |
| q_{11} | 0 | 30 |
| q_{12} | 0 | 0 |
| q_{13} | 0 | 0 |
| q_{14} | 0 | 5 |
| q_{15} | 0 | 30 |
| q_{16} | 0 | 80 |
| q_{17} | 0 | 0 |
| q_{18} | 0 | 5 |
| q_{19} | 0 | 60 |
| q_{20} | 0 | 50 |
| q_{21} | 0 | 0 |
| q_{22} | 0 | 80 |
| q_{23} | 0 | 30 |
| q_{24} | 0 | -20 |
| q_{25} | 0 | 0 |
| q_{26} | 0 | 45 |
| q_{27} | 0 | 30 |



圖三、手指動作經由電腦模擬的動作圖共有六張，每張間隔 0.20sec。a 初始狀態，f 最終狀態，經歷的時間 1.00sec。

肆、結果與討論

本研究之運算程式，是採用 C++ 程式語言編寫，模擬受測者在 1.0s 內從手指伸直到彎曲的動作。模擬結果最初動作如圖三 a 所示，在手指彎曲過程從圖三 b 到 f，手指是以機械能量消耗最小化來進行動模擬。經由上述電腦模擬結果顯示，本方法可以在限定的時間內，手指從起始狀態位置到終點狀態位置的連續運動軌跡。模擬動作影像十分平滑，顯示出手掌復健運動做控制軌跡相當穩定，不會產生不規則波動，由此亦證明邱靖華(2006)設計之以十六肢段手指最佳化動作演算法確實可運用於手指動作模擬。

手指復健治療期間，醫師必須經根據病人的情況設計握拳、伸直的動作時間，與關節角度的活動範圍來訓練病人，一直到肌力與功能的恢復為止(邱靖華，2006)。根據本研究所得到的動畫結果顯示，確實發現可以藉由電腦動畫模擬方式，找尋出手指每一個控制關節的最佳軌跡及最佳速度。本電腦動畫模擬，亦可提供運用於手指伸與屈指肌損傷復健之最佳化運動軌跡動作，做為視覺回饋訓練範例，預防手指肌肉萎縮及功能退化。

其次，發現邱靖華(2006)設計型手指最佳化動作演算法，亦可將電腦模擬之動畫軌跡，運用於手指復健器材，即在設定的手指活動邊界範圍內進行軌跡控制，以及應用在人工手指力量回饋的與發展虛擬實境之機械手套控制上，提供主動性或被動性最佳化運動軌跡動作規劃或模擬。

附錄 A CH7T 七型齊次轉換矩陣

L-E 運動方程所應用之齊次轉換矩陣，是採用 Chiu(1999)所定義以下七型齊次轉換矩陣(CH7T)，如(4)至(10)方程式所示。在旋轉運算元中以 q_i 代表廣義座標，且設 $\cos q_i = c_{q_i}$, $\sin q_i = s_{q_i}$ 。第一型對 ${}^{i-1}\mathbf{A}_i = \mathbf{T}_{x,q}$ 。第二型 ${}^{i-1}\mathbf{A}_i = \mathbf{T}_{y,q}$ 。第三型 ${}^{i-1}\mathbf{A}_i = \mathbf{T}_{z,q}$ 第四 $\mathbf{T}_{tran-x,q}$ 、第五型 $\mathbf{T}_{t-y,q}$ 及第六型 $\mathbf{T}_{t-z,q}$ 齊次轉換矩陣，最後第七型齊次轉換矩陣 ${}^{i-1}\mathbf{S}_i$ (i 為正整數)較為 4×4 階單位矩陣 ${}^m\mathbf{S}_n = {}^m\mathbf{S}_{m+1} {}^{m+1}\mathbf{S}_{m+2} \dots {}^{n-2}\mathbf{S}_{n-1} {}^{n-1}\mathbf{S}_n$ (m,n 為正整數，且 $n > m$)。在矩陣中 $(x_i, y_i, z_i)^T$ 位置向量，以 \mathbf{p}_i 表示， \mathbf{p}_i 為第 i 座標框對第 $i-1$ 座標框的平移量，在本研究中將用於描述肢段兩端點的相對位置向量(邱靖華，2006)。

$${}^{i-1}\mathbf{A}_i = \mathbf{T}_{x,q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{q_i} & -s_{q_i} & 0 \\ 0 & s_{q_i} & c_{q_i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_i \\ 0 & 1 & 0 & y_i \\ 0 & 0 & 1 & z_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$${}^{i-1}\mathbf{A}_i = \mathbf{T}_{y,q} = \begin{bmatrix} c_{q_i} & 0 & s_{q_i} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -s_{q_i} & 0 & c_{q_i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_i \\ 0 & 1 & 0 & y_i \\ 0 & 0 & 1 & z_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$${}^{i-1}\mathbf{A}_i = \mathbf{T}_{z,q} = \begin{bmatrix} c_{q_i} & -s_{q_i} & 0 & 0 \\ s_{q_i} & c_{q_i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_i \\ 0 & 1 & 0 & y_i \\ 0 & 0 & 1 & z_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$${}^{i-1}\mathbf{A}_i = \mathbf{T}_{t-x,q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & q_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7) \quad {}^{i-1}\mathbf{A}_i = \mathbf{T}_{t-y,q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & q_i \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$${}^{i-1}\mathbf{A}_i = \mathbf{T}_{t-z,q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9) \quad {}^{i-1}\mathbf{A}_i = {}^{i-1}\mathbf{S}_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

附錄 B 定義系統變數

表二、變數 q_i 及 ${}^{i-1}A_i$ 型態

| I | x_i | y_i | z_i | q_i | ${}^{i-1}A_i$ | 0A_i |
|----|-------|-------|----------|----------|----------------------------|---|
| 1 | - | - | - | q_1 | ${}^0A_1 = T_{t-x, q}$ | ${}^0A_1 = {}^0A_1$ |
| 2 | - | - | - | q_2 | ${}^1A_2 = T_{t-y, q}$ | ${}^0A_2 = {}^0A_2$ |
| 3 | - | - | - | q_3 | ${}^2A_3 = T_{t-z, q}$ | ${}^0A_3 = {}^0A_3$ |
| 4 | 0 | 0 | 0 | q_4 | ${}^3A_4 = T_{y, q}$ | ${}^0A_4 = {}^0A_4$ |
| 5 | 0 | 0 | 0 | q_5 | ${}^4A_5 = T_{x, q}$ | ${}^0A_5 = {}^0A_5$ |
| 6 | x_6 | y_6 | z_6 | q_6 | ${}^5A_6 = T_{z, q}$ | ${}^0A_6 = {}^0A_6$ |
| 7 | 0 | 0 | 0 | q_7 | ${}^6A_7 = T_{y, q}$ | ${}^0A_7 = {}^0A_7$ |
| 8 | 0 | 0 | 0 | q_8 | ${}^7A_8 = T_{x, q}$ | ${}^0A_8 = {}^0A_8$ |
| 9 | 0 | 0 | I_2 | q_9 | ${}^8A_9 = T_{z, q}$ | ${}^0A_9 = {}^0A_9$ |
| 10 | 0 | 0 | I_3 | q_{10} | ${}^9A_{10} = T_{y, q}$ | ${}^0A_{10} = {}^0A_{10}$ |
| 11 | 0 | 0 | I_4 | q_{11} | ${}^{10}A_{11} = T_{y, q}$ | ${}^0A_{11} = {}^0A_{11}$ |
| 12 | 0 | 0 | 0 | q_{12} | ${}^{11}A_{12} = T_{y, q}$ | ${}^0A_{12} = {}^0A_{12}$ |
| 13 | 0 | 0 | I_5 | q_{13} | ${}^{12}A_{13} = T_{y, q}$ | ${}^0A_{13} = {}^0A_6 {}^6S_{12} {}^{12}A_{13}$ |
| 14 | 0 | 0 | I_6 | q_{14} | ${}^{13}A_{14} = T_{y, q}$ | ${}^0A_{14} = {}^0A_6 {}^6S_{12} {}^{12}A_{14}$ |
| 15 | 0 | 0 | I_7 | q_{15} | ${}^{14}A_{15} = T_{y, q}$ | ${}^0A_{15} = {}^0A_6 {}^6S_{12} {}^{12}A_{15}$ |
| 16 | 0 | 0 | 0 | q_{16} | ${}^{15}A_{16} = T_{y, q}$ | ${}^0A_{16} = {}^0A_6 {}^6S_{15} {}^{15}A_{16}$ |
| 17 | 0 | 0 | I_8 | q_{17} | ${}^{16}A_{17} = T_{x, q}$ | ${}^0A_{17} = {}^0A_6 {}^6S_{15} {}^{15}A_{17}$ |
| 18 | 0 | 0 | I_9 | q_{18} | ${}^{17}A_{18} = T_{y, q}$ | ${}^0A_{18} = {}^0A_6 {}^6S_{15} {}^{15}A_{18}$ |
| 19 | 0 | 0 | I_{10} | q_{19} | ${}^{18}A_{19} = T_{y, q}$ | ${}^0A_{19} = {}^0A_6 {}^6S_{15} {}^{15}A_{19}$ |
| 20 | 0 | 0 | 0 | q_{20} | ${}^{19}A_{20} = T_{y, q}$ | ${}^0A_{20} = {}^0A_6 {}^6S_{19} {}^{19}A_{20}$ |
| 21 | 0 | 0 | I_{11} | q_{21} | ${}^{20}A_{21} = T_{x, q}$ | ${}^0A_{21} = {}^0A_6 {}^6S_{19} {}^{19}A_{21}$ |
| 22 | 0 | 0 | I_{12} | q_{22} | ${}^{21}A_{22} = T_{y, q}$ | ${}^0A_{22} = {}^0A_6 {}^6S_{19} {}^{19}A_{22}$ |
| 23 | 0 | 0 | I_{13} | q_{23} | ${}^{22}A_{23} = T_{y, q}$ | ${}^0A_{23} = {}^0A_6 {}^6S_{19} {}^{19}A_{23}$ |
| 24 | 0 | 0 | 0 | q_{24} | ${}^{23}A_{24} = T_{z, q}$ | ${}^0A_{24} = {}^0A_6 {}^6S_{23} {}^{23}A_{24}$ |
| 25 | 0 | 0 | I_{14} | q_{25} | ${}^{24}A_{25} = T_{y, q}$ | ${}^0A_{25} = {}^0A_6 {}^6S_{23} {}^{23}A_{25}$ |
| 27 | 0 | 0 | I_{15} | q_{27} | ${}^{25}A_{27} = T_{x, q}$ | ${}^0A_{27} = {}^0A_6 {}^6S_{23} {}^{23}A_{27}$ |
| 27 | 0 | 0 | I_{16} | q_{27} | ${}^{25}A_{27} = T_{x, q}$ | ${}^0A_{27} = {}^0A_6 {}^6S_{23} {}^{23}A_{27}$ |

表中 - 代表 ${}^{i-1}A_i$ 沒有 p 位置向量，當 0A_i 中 $i=1, \dots, 11$ 時， $p_i=k_1$ 。當 0A_i 中 $i=12, \dots, 15$ 時， $p_i=k_2$ 。
 2。當 0A_i 中 $i=12, \dots, 19$ 時， $p_i=k_3$ 。當 0A_i 中 $i=20, \dots, 23$ 時， $p_i=k_4$ 。當 0A_i 中 $i=24, \dots, 27$ 時， $p_i=k_5$ (邱靖華，2006)。

伍、文獻參考

- Chiu, C.H. 1999. *The study of the dynamic modeling for the support phase in running.* PhD. thesis, National Taiwan Normal University Press.
- Freund, J. Takala, E. P.(2001).A dynamic model of the forearm including fatigue. *Journal of biomechanics* 34,597-605.
- Fritz, M.(1991). An improved biomechanical model for simulation the strain of the hand-arm system under vibration stress. *Journal of biomechanics* 12,1165-1171.
- Fu, KS., &Gonzalez, R.C. Lee, C. S. G. (1987). *Robotics: control, sensing, vision, and intelligence.* McGraw-Hill, New York.
- Lewis, F.L., Abdallah, C.T. Dawson,D.M.1993. *Control of robot manipulators* . Macmillan, New York .
- Lewis, F.L .,&Syrmos, V.L. 1995. *Optimal Control.* Wiley and Sons, New York .
- Raikova, R. (1992). A general approach for modelling and mathematical investigation of the human upper. *Journal of biomechanics* 25,857-867.
- Schwerizer,A. (2001). Biomechanical properties of the crimp grip position in rock climbers *Journal of biomechanics* 34,217-223.
- Schweizer, A., Frank, O. Ochsner, P.E. , &Jacob, H.A.C.(2003). Friction between human finger flexor tendons and pulley at high loads. *Journal of biomechanics* 36,63-71.
- Valero-Cuevas, F.J., Johanson, M.E., &Towles, J.D. (2003). Towards a realistic biomechanical model of the thumb : the choice of kinematics decription may be more crit cal than the solution method or the variability/uncertainty of musculoskeletal parameters. *Journal of biomechanics* 36,1019-1030.
- Zatsiorsky, V. Seluyanov, V.1983. The mass and inertia characteristics of the main segment of the human body. *Biomechanics VIII-B.* In: Matsui, H. Kobayashi, K.(Eds), Human Kinetics. Champaign, IL, pp.1152-1159.
- 邱靖華(2006)。**最佳化人體動作學**。台北縣：易利圖書有限公司。

The Computer Simulation of Finger Rehabilitation

Chiu Ching-Hua, Chen Chin-Fa, Yang Hen-Chia

National Chung-Hsing University

ABSTRACT

The study aims to prove the practicability of the algorithm for the optimal trajectory of fingers through computer simulated animation. Based on a 16-segment finger model (Chiu, 2006), this study adopted Lagrange-Euler equations of motion to design this dynamic system with 27 degrees of freedom. Next, the method of minimized acceleration was used to control the trajectory for finger movements. Then, the software edited with C⁺⁺ language was used to prove it. The results showed that under the established boundary conditions for motions of finger joints and limited time, the animation simulated in this study was capable of calculating the optimal motion trajectory for finger bending and stretching. Therefore, this algorithm, presenting vision feedbacks for finger movements, could be applied to the teaching of finger rehabilitation as well as controlling the optimal trajectory for rehabilitation motions of robotic fingers.

Keyword: algorithm , Lagrange-Euler equations